




Ecuaciones Racionales

MATEMÁTICAS 4º ESO



En estas ecuaciones encontraremos denominadores que podrán ser tanto números enteros como polinomios

$$\frac{2x-1}{2} - 3 = x - \frac{1-x}{3} \quad (\text{Ecuación con denominadores enteros})$$
$$\frac{x}{x^2-4} - \frac{2}{x-2} = \frac{x-1}{x+2} \quad (\text{Ecuación con polinomios en el denominador})$$



Método de resolución

1. Quitar paréntesis
2. Quitar denominadores
3. Transposición de términos
4. Agrupar
5. Despejar la incógnita

Quitar paréntesis

$$\frac{3}{x-1} - 2 = \frac{6}{x^2-1}$$

Como no hay paréntesis iremos al siguiente paso

Quitar Denominadores

$$\frac{3}{x-1} - 2 = \frac{6}{x^2-1}$$

Hemos de hacer el m.c.m. de los denominadores $\{(x-1) ; 1 ; x^2 - 1\}$ que tenemos:

$x-1$
1
 $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$

Factores que se repiten

m.c.m = $(x+1)(x-1) 1$

Tomamos aquellos factores que se repiten y de los que se repiten tomamos los que tengan el máximo exponente. En nuestro caso el factor $x-1$ se es común (se repite) y en ambos polinomios está elevado a 1 luego podemos tomar cualquiera de ellos, además el factor $x+1$ y el 1 (denominador del dos en la ecuación de entrada) no se repite luego también tendremos que cogerlo llegando a que el m.c.m. = $(x+1)(x-1)$ que podemos poner como **$(x+1)(x-1)$**

Quitar Denominadores

$$\frac{3}{x-1} - 2 = \frac{6}{x^2-1}$$

Ponemos el m.c.m. en todos los denominadores

$$\frac{?}{(x+1)(x-1)} - \frac{?}{(x+1)(x-1)} = \frac{?}{(x+1)(x-1)}$$

Quitar Denominadores

$$\frac{3}{x-1} - 2 = \frac{6}{x^2-1}$$

$$\frac{3(x+1)}{(x+1)(x-1)} - \frac{?}{(x+1)(x-1)} = \frac{?}{(x+1)(x-1)}$$

Al primer denominador de la ecuación le faltaría (x+1) para convertirse en el común denominador (m.c.m. hallado antes) por eso multiplicamos el 3 por (x+1)

Quitar Denominadores

$$\frac{3}{x-1} - 2 = \frac{6}{x^2-1}$$

$$\frac{3(x+1)}{(x+1)(x-1)} - \frac{2(x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{?}{(x+1)(x-1)}$$

Al segundo denominador de la ecuación le faltaría (x+1) y (x-1) para convertirse en el común denominador (m.c.m. hallado antes) por eso multiplicamos el 3 por (x+1)(x-1)

Quitar Denominadores

$$\frac{3}{x-1} - 2 = \frac{6}{x^2-1}$$

$$\frac{3(x+1)}{(x+1)(x-1)} - \frac{2(x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{6}{(x+1)(x-1)}$$

Al tercer denominador de la ecuación no le faltaría nada para convertirse en el común denominador (m.c.m hallado antes), dado que $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$ por eso la última fracción algebraica queda como en la ecuación de partida

Quitar Denominadores

$$\frac{3}{x-1} - 2 = \frac{6}{x^2-1}$$

Hacemos operaciones, tanto en el numerador como en el denominador (en este último no es imprescindible)

$$\frac{3(x+1)}{(x+1)(x-1)} - \frac{2(x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{6}{(x+1)(x-1)}$$

$\frac{3x+3}{x^2-1} - \frac{2(x^2-1)}{x^2-1} = \frac{6}{x^2-1} \longrightarrow \frac{3x-3}{x^2-1} - \frac{2x^2-2}{x^2-1} = \frac{6}{x^2-1}$ finalmente quitaremos los denominadores **dado que son iguales**

$$\frac{3x+3}{\cancel{x^2-1}} - \frac{2x^2-2}{\cancel{x^2-1}} = \frac{6}{\cancel{x^2-1}}$$

Quedando así la ecuación:

$$3x+3 - (2x^2-2) = 6$$

Ojo: Como teníamos un - delante de una de las fracciones, es imprescindible el paréntesis, o cambiar el signo de toda la expresión que haya dentro

Transposición de términos

$$\frac{3}{x-1} - 2 = \frac{6}{x^2-1}$$

$$3x + 3 - (2x^2 - 2) = 6$$



$$3x + 3 - 2x^2 + 2 = 6$$



$$-2x^2 + 3x + 3 + 2 - 6 = 0$$



$$-2x^2 + 3x - 1 = 0$$



$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

Como delante de la x^2 tenemos un número negativo, hemos cambiando el signo a toda la expresión para facilitarnos las cosas (algo no imprescindible, pero sí aconsejable)

Despejando la x de la ecuación obtenida

$$\frac{3}{x-1} - 2 = \frac{6}{x^2-1}$$

Finalmente obtuvimos una ecuación de 2º grado que resolveremos con su fórmula

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$x = \frac{3 \mp \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ con } a=2; b=-3 \text{ y } c=1$$

$$x = \frac{3 \mp \sqrt{9-8}}{4} = \frac{3 \mp \sqrt{1}}{4} = \frac{3 \mp 1}{4}$$
$$\begin{aligned} \rightarrow x_1 &= \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1 \\ \rightarrow x_2 &= \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Finalmente tenemos dos soluciones que son $x_1 = 1$ y $x_2 = \frac{1}{2}$