



# Divisibilidad

Números Naturales

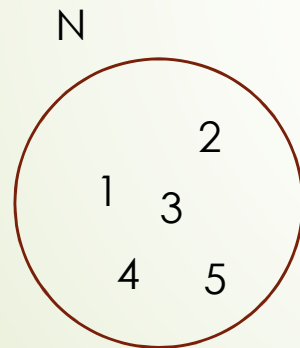
# Divisibilidad

## ÍNDICE

1. Múltiplos
2. Divisores. Criterios de divisibilidad
3. Números primos
4. Descomposición de números naturales en números primos
5. M.C.D. y M.C.M
6. Problemas

# Números naturales

- Los números naturales son los primeros números que aprendemos
- Se utilizan para resolver muchos problemas simples
- Son los números 1,2,3,4,5,.....
- El conjunto de números naturales se nota como N



# Múltiplos

Se definen los múltiplos de un número entero  $n$  como los números que resultan de multiplicar ese número  $n$  por todos los números enteros.

MÚLTIPLOS DE 3: 3,6,9,12,15,18.....

Van de 3 en 3

MÚLTIPLOS DE 7: 7,14,21,28,35,42.....

Van de 7 en 7

Escribe 12 múltiplos del número 2 : .....

?

irán de \_\_ en \_\_

Serán el resultado de multiplicar el número \_\_\_\_ por \_\_\_\_\_

# Múltiplos

MÚLTIPLOS DE 3 COMPRENDIDOS ENTRE EL 9 Y EL 12 Y EL 50 :

12,15,18,21,24,27,30,33,36,39,42,45,48

Van de 3 en 3 y empezamos  
Por el 12. El último múltiplo es  
49 porque el siguiente sería 52  
Y nos pasaríamos del límite que  
Nos ponen de que sea hasta el 50

12 PRIMEROS MÚLTIPLOS DE 5:

5,10,15,20,25,30,35,40,45,50,55,60.....

Van de 5 en 5 y empezamos  
Por el 5 ya que nos dicen los  
12 primeros, acabamos en el  
60 porque ya llevamos 12  
números

¿Cuántos múltiplos hay del 2?.....

¿y del 4? : .....

¿y de cualquier número natural? : .....

# Múltiplos

Ahora tú



Calcula los siete primeros múltiplos de 11 y de 7.

Halla los múltiplos de 12 comprendidos entre 13 y 90.

¿Cuáles de los siguientes números son múltiplos de 15?  
15, 16, 30, 40, 45, 100, 111, 141, 135.

# Divisores

*Un número entero  $a$  es divisor de otro número entero  $b$  cuando al dividir  $b$  entre  $a$ , el resto es 0.*

Ejemplo:

- a) 3 es divisor de 9 porque al dividir 9 entre 3, el resto es 0.
- b) 10 es divisor de 100 porque al dividir 100 entre 10, el resto es 0.
- c) 7 es divisor de 49 porque al dividir 49 entre 7, el resto es 0.
- d) 1 es divisor de 47 porque al dividir 47 entre 1, el resto es 0.
- e) 47 es divisor de 47 porque al dividir 47 entre 47, el resto es 0 .

¿9 es divisor de 15? : .....

¿3 es divisor de 127? : .....

¿2 es divisor de 125? : .....

¿5 es divisor de 125? : .....

¿4 es divisor de 128? : .....

# Divisores

Si  $a$  es divisor de  $b$ , entonces también se dice que  $b$  es divisible por  $a$ .

## Ejemplo:

- a) 9 es divisible por 3 porque 3 es divisor de 9, es decir, al dividir 9 entre 3, el resto es 0.
- b) 100 es divisible por 10 porque 10 es divisor de 100, es decir al dividir 100 entre 10, el resto es 0.
- c) 49 es divisible por 7 porque 7 es divisor de 49, es decir, al dividir 49 entre 7, el resto es 0

### Notas

- a) Como habrás deducido, las relaciones ser múltiplo y ser divisor son relaciones inversas.
- b) No confundas las expresiones ser múltiplo, ser divisor y ser divisible.

Veámoslo con un ejemplo: Ejemplo: De la igualdad:  $3 \cdot 7 = 21$ , podemos deducir lo siguiente:  
3 y 7 son divisores de 21.  
21 es múltiplo de 3 y de 7.  
21 es divisible por 3 y por 7.

1.- A partir de la igualdad:  $5 \cdot 8 = 40$ ,  
escribe las relaciones que existen entre estos tres números.

2.- Escribe frases usando las expresiones:

- a) "ser múltiplo de"
  - b) "ser divisor de"
  - c) "ser divisible por"
- } y los números 27, 3 y 9.



# *Criterios de divisibilidad*

criterios de divisibilidad que nos permiten saber si un número es divisible por otro sin necesidad de efectuar la división.

## Criterio de divisibilidad por 2

Un número entero es divisible por 2 cuando su última cifra es 0 o cifra par.

Los números: 492, 70, 376, 900, 564, 298 son divisibles por 2, ya que terminan en 2, 0, 6, 0, 4, y 8.

# *Criterios de divisibilidad*

## Criterio de divisibilidad por 3

Un número entero es divisible por 3 cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 3.

El número 531 es divisible por 3 ya que  $5 + 3 + 1 = 9$  que es múltiplo de 3.  
El número 4002 es divisible por 3 ya que  $4 + 0 + 0 + 2 = 6$  que es múltiplo de 3.

Si al sumar las cifras obtienes un número aún grande y no sabes si es o no múltiplo de 3, puedes volver a aplicar el mismo sistema, solo tienes que volver a sumar todas sus cifras:

El número 48 593 778 396 es divisible por 3 ya que  $4 + 8 + 5 + 9 + 3 + 7 + 7 + 8 + 3 + 9 + 6 = 69$ , y  
69 es divisible por 3 pues  $6 + 9 = 15$ , y  
15 lo es pues  $1 + 5 = 6$ ,  
que es múltiplo de 3

# *Criterios de divisibilidad*

## Criterio de divisibilidad por 4

Un número entero es divisible por 4 si el número formado por las dos últimas cifras del número considerado es múltiplo de 4

El número 5 728 es divisible por 4 ya que termina en 28, que es múltiplo de 4, pues  $7 * 4 = 28$ .  
El número 5 718 no es divisible por 4 ya que termina en 18, que no es múltiplo de 4, pues  $4 * 4 = 16$  y  $5 * 4 = 20$ .

## Criterio de divisibilidad por 5

Un número entero es divisible por 5 cuando termina en 0 o en 5.

Los números 3 925 y 78 216 570 son divisibles por 5, pues terminan en 5 y en 0.

# *Crterios de divisibilidad*

## Crterio de divisibilidad por 6

Un nmero entero es divisible por 6 cuando lo es a la vez por 2 y por 3.

El nmero 5 532 es divisible por 6 ya que:

Lo es por 2 porque termina en 2.

Lo es por 3, ya que sus cifras suman 15 que es mltiplo de 3.

El nmero 2 456 no es divisible por 6 ya que:

Lo es por 2 porque termina en 6.

No lo es por 3, ya que sus cifras suman  $2 + 4 + 5 + 6 = 17$ , y  $1 + 7 = 8$  que no es mltiplo de 3.

# *Criterios de divisibilidad*

## Criterio de divisibilidad por 9

Un número entero es divisible por 9 cuando la suma de sus cifras es 9 o múltiplo de 9.

El número 5 022 es divisible por 9 ya que:  $5 + 0 + 2 + 2 = 9$ .

El número 3 313 no es divisible por 9 ya que:  $3 + 3 + 1 + 3 = 10$  que no es múltiplo de 9.

## Criterio de divisibilidad por 10

Un número entero es divisible por 10 cuando termina en 0.

El número 825160 es divisible por 10 porque termina en 0.

# *Criterios de divisibilidad*

## Criterio de divisibilidad por 11

Un número entero es divisible por 11 cuando la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan lugar impar y la suma de las cifras que ocupan lugar par da 0 o múltiplo de 11 .

El número 71 335 es divisible por 11 ya que:  $(7 + 3 + 5) - (1 + 3) = 15 - 4 = 11$ .

El número 71 345 no es divisible por 11 ya que:  $(7 + 3 + 5) - (1 + 4) = 15 - 5 = 10$ , que no es múltiplo de 11.

# *Crterios de divisibilidad*

## Criterio de divisibilidad por 25

Un número entero es divisible por 25 cuando sus dos últimas cifras son 0 o múltiplo de 25 .

Ejemplo: 50;100;175;125700.....

## Criterio de divisibilidad por 100

Un número entero es divisible por 100 cuando sus dos últimas cifras son 0.

Ejemplo: 500;11.500;125700.....

¿Sabrías decir el criterio de divisibilidad por 1000? ¿y por 10000?

## *Criterios de divisibilidad*

- Dí cuáles de los siguientes números son múltiplos de 3: 21, 24, 56, 77, 81, 90, 234, 621, 600, 4 520, 3 411, 46 095, 16 392, 385 500  
Los números elegidos, ¿coinciden con los divisores de 3?  
¿Y con los que son divisibles por 3?
- Escribe cuatro números que sean divisibles por 10 y por 7 a la vez.
- Sustituye A por un valor apropiado para que:
  - a) 15 A72 sea múltiplo de 3.
  - b) 22 05A sea múltiplo de 6.
  - c) 6A 438 sea múltiplo de 11.
- ¿Todos los números divisibles por 2 los son por 4? ¿Y al revés? Razona la respuesta.
- ¿Sabrías deducir un criterio de divisibilidad por 15? Pon un ejemplo.



# *Divisibilidad*

En principio, para hallar los divisores naturales de un número entero  $N$ , lo vamos dividiendo sucesivamente entre  $1, 2, 3, 4, \dots, N$ . De esta manera, los divisores de  $N$  serán aquellos números que lo dividan exactamente, es decir den de resto 0.

Ejemplo: Si queremos hallar los divisores de 54 lo tendríamos que dividir entre  $1, 2, 3, 4, 5, \dots, 54$  y ver en qué casos el resto es 0. Puedes comprobar que los divisores de 54 son: 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27 y 54.

Cuando el número es muy grande esta tarea se complica y resulta muy útil usar los criterios de divisibilidad

¿Sabrías decir el criterio de divisibilidad por 1000? ¿y por 10000?

## *Criterios de divisibilidad*

- **Calcula los múltiplos de 75 comprendidos entre 1 y 200.**
- **Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:**
  - 50 es múltiplo de 10.
  - 2 es divisor de 30.
  - 4 es múltiplo de 16.
  - 66 es divisible por 11.
  - 80 es divisor de 8.
  - 3 es divisible por 12. 18.
- **Sustituye x e y por valores apropiados para el siguiente número sea divisible por 9 y por 10 a la vez: 3 72x 54y.**
- **¿Qué único número con tres cifras iguales es divisible por 2 y por 9 a la vez?**
- **Calcula todos los divisores de los siguientes números:**
  - 75 ; 88 ; 30 ; 25 ; 160 ; 300.

Antes  
de seguir...