



# Ecuaciones Irracionales

MATEMÁTICAS 4º ESO

# *Ecuaciones irracionales*

*Distinguimos dos tipos, según tengan uno o dos radicales afectando a la incógnita*

*Ejemplo con un radical*

$$x - \sqrt{x + 3} = 2x + 1$$

*Ejemplo con dos radicales:*

$$\sqrt{20 + x} = 2 + \sqrt{2x + 1}$$

Caso 1

$$x - \sqrt{x + 3} = 2x + 1$$

*El procedimiento a seguir será el siguiente:*

- 1. Aislar la raíz*
- 2. Elevar al cuadrado*
- 3. Operar*
- 4. Resolver*

Aislar la raíz:

$$x - \sqrt{x + 3} = 2x + 1$$

Haremos transposición de términos en la ecuación, hasta conseguir que la raíz quede aislada en un miembro y agrupamos

$$x - \sqrt{x + 3} = 2x + 1$$

$$x - 2x - 1 = \sqrt{x + 3}$$

$$-x - 1 = \sqrt{x + 3}$$

Elevar al cuadrado:

$$x - \sqrt{x + 3} = 2x + 1$$

Elevamos al cuadrado ambos miembros y agrupamos:

$$-x - 1 = \sqrt{x + 3}$$

$$(-x - 1)^2 = (\sqrt{x + 3})^2$$

Identidad notable

$$(-x)^2 - 2 \cdot (-x) \cdot (1) + 1^2 = x + 3$$

$$x^2 + 2x + 1 = x + 3$$

$$x^2 + 2x - x + 1 - 3 = 0$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

Resolver

$$x - \sqrt{x + 3} = 2x + 1$$

Resolvemos la ecuación:  $x^2 + x - 2 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2}$$

$x_1 = \frac{-1+3}{2} = \frac{2}{2} = 1$

$x_2 = \frac{-1-3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

Resolver

$$x - \sqrt{x + 3} = 2x + 1$$

Finalmente comprobamos la validez *de la solución*

$$x_1 = 1 \rightarrow 1 - \sqrt{1 + 3} = 2 \cdot 1 + 1 \rightarrow 1 - \sqrt{4} = 2 \cdot 1 + 1 \rightarrow 1 - 2 = 2 + 1 \rightarrow -1 = 3$$

Solución  
no  
válida

$$x_1 = -2 \rightarrow -2 - \sqrt{-2 + 3} = 2 \cdot (-2) + 1 \rightarrow -2 - \sqrt{1} = -4 + 1 \rightarrow -2 - 1 = -4 + 1 \rightarrow -3 = -3 \quad 1 = 3$$

Solución  
válida

Luego la solución es

$$x_1 = -2$$

Caso 2

$$\sqrt{20 + x} = 2 + \sqrt{2x + 1}$$

*El procedimiento a seguir será el siguiente:*

- 1. Elevar al cuadrado*
- 2. Aislar la raíz*
- 3. Elevar al cuadrado*
- 4. Operar*
- 5. Resolver*



Elevar al cuadrado

$$\sqrt{20 + x} = 2 + \sqrt{2x - 1}$$

*Elevamos al cuadrado ambos miembros y agrupamos*

$$(\sqrt{20 + x})^2 = (2 + \sqrt{2x - 1})^2$$

$$20 + x = 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2x - 1} + (\sqrt{2x - 1})^2$$

$$20 + x = 4 + 4\sqrt{2x - 1} + 2x - 1$$

$$20 + x - 4 - 2x + 1 = 4\sqrt{2x - 1}$$

$$17 - x = 4\sqrt{2x - 1}$$

Elevar al cuadrado:

$$\sqrt{20 + x} = 2 + \sqrt{2x - 1}$$

Elevamos al cuadrado ambos miembros y agrupamos:

$$17 - x = 4\sqrt{2x - 1}$$
$$(17 - x)^2 = (4\sqrt{2x - 1})^2$$

Identidad notable

$$(17)^2 - 2 \cdot (17) \cdot (x) + (x)^2 = 16(2x - 1)$$

$$x^2 - 34x + 289 = 32x - 16$$

$$x^2 - 34x - 32x + 289 + 16 = 0$$

$$x^2 - 66x + 305 = 0$$