



Ecuaciones logarítmicas

MATEMÁTICAS 4º ESO

Ecuaciones logarítmicas

Antes de abordar la resolución de ecuaciones logarítmicas recordaremos algunas propiedades de los logaritmos que usaremos

1. $\log A + \log B = \log A \cdot B$

2. $\log A - \log B = \log \frac{A}{B}$

3. $x \cdot \log A = \log A^x$

Ecuación bicuadrada

$$2 \log x - \log(x + 4) = \log 2$$

Seguiremos los siguientes pasos:

- 1. Agrupar logaritmos en cada miembro (usaremos las propiedades anteriores)*
- 2. Eliminar logaritmos*
- 3. Resolver la ecuación resultante*

Agrupar logaritmos

$$2 \log x - \log(x + 4) = \log 2$$

$$\textcircled{2} \log x - \log(x + 4) = \log 2$$



Propiedad 3

$$\log x^{\textcircled{2}} - \log(x + 4) = \log 2$$



Propiedad 2

$$\log \frac{x^2}{x + 4} = \log 2$$

Eliminar logaritmos

$$2 \log x - \log(x + 4) = \log 2$$

$$\log \frac{x^2}{x + 4} = \log 2$$



Como tenemos en ambos miembros de la ecuación un solo logaritmo con la misma

Base, en este caso base 10, simplemente eliminamos los logaritmos, obteniendo

$$\frac{x^2}{x + 4} = 2$$

Resolver la ecuación

$$2 \log x - \log(x + 4) = \log 2$$

Ahora simplemente hemos de resolver la ecuación resultante, haciendo los cambios pertinentes

$$\frac{x^2}{x + 4} = 2$$

$$x^2 = 2(x + 4) \rightarrow x^2 = 2x + 8 \rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

Luego lo único que queda por hacer es resolver la ecuación resultante de segundo grado $x^2 - 2x - 8 = 0$

Que resolveremos con la fórmula, obteniendo como soluciones

$$x_1 = 4 \text{ y } x_2 = -2$$

Comprobando la solución

$$2 \log x - \log(x + 4) = \log 2$$

Ahora comprobaremos la validez de ambas soluciones, veamos:

$$x_1 = 4 \quad \longrightarrow \quad 2 \log 4 - \log(4 + 4) = \log 2$$

Podemos hacer usar la calculadora y veremos que la igualdad se cumple

$$x_1 = -2 \quad \longrightarrow \quad 2 \log(-2) - \log(-2 + 4) = \log 2$$

Solución no válida, dado que sólo podemos hallar logaritmos de cantidades mayores a 0, luego no podemos hallar el valor de $\log(-2)$

Finalmente tenemos que la única solución válida es

$$x_1 = 4$$