Ecuaciones polinómicas

MATEMÁTICAS 4º ESO

Ecuaciones polinómicas

$$x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 6x = 0$$

Llamaremos ecuación polinómica a aquella en la que en un miembro tengamos un polinomio y en el otro miembro tengamos cero

En ocasiones puede ocurrir que en ambos miembros de la ecuación haya un polinomio y simplemente haciendo una transposición de términos llegaremos a formar la ecuación polinómica, veamos

$$x^4 - 2x^3 = 3x^2 - 6x \longrightarrow x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 6x = 0$$

Siempre tendremos p(x)=0 ; y las soluciones de tal ecuación serán las raíces del polinomio p(x). Para ello deberemos descomponer en factores p(x) y hallar sus raíces

Veamos nuestro ejemplo:

Ecuaciones polinómicas

$$x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 6x = 0$$

Descomponemos el polinomio $x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 6x$ *para ello empezaremos por sacar factor común*

$$x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 6x = x(x^3 - 2x^2 - 3x + 6)$$

Descomponemos por Ruffini el polinomio $x^3 - 2x^2 - 3x + 6$

	1	−2	−3	6
2		2	0	−6
	1	0	−3	0

Luego $x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 6x = x(x-2)(x^2-3)$

Ecuaciones polinómicas

$x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 6x = 0$

$$x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 6x = x(x-2)(x^2-3)$$

Nos queda descomponer

Lo haremos resolviendo la ecuación de segundo grado $x^2-3=0$

$$x^2 = 3 \rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

Luego $x^2 - 3 = (x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$

Y finalmente tenemos que $x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 6x = x(x-2)(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$

*Y las raíces de este polinomio (**soluciones de nuestra ecuación**) son*

$$x_1 = 0;\ \ x_2 = 2;\ \ x_3 = -\sqrt{3}\,;\ \ \ x_4 = \sqrt{3}$$

*Cualquier polinomio tendrá como **máximo** tantas **soluciones** como indique su **grado***

Ecuación bicuadrada

$$x^4 - 3x^2 + 6x = 0$$

*Las soluciones de esta ecuación (homogénea, por estar igualada a cero) son **las raíces** del polinomio $x^4 - 3x^2 + 6x$;*

luego para hallar tales soluciones podríamos descomponer este polinomio hallando las raíces, y estas serán las soluciones.

Otra manera de proceder es la siguiente……

Ecuación bicuadrada

$x^4 - 15x^2 - 16 = 0$

Comenzamos haciendo un cambio de variable

$$z = x^2$$

Podemos poner la ecuación anterior de la forma:

z

$$(x^2)^2 - 15\,x^2 - 16 = 0$$

Utilizando nuestro cambio de variable tendremos la siguiente ecuación de segundo grado

$$z^2 - 15z - 16 = 0$$

Ecuación bicuadrada

$x^4 - 15x^2 - 16 = 0$

Resolvemos la siguiente ecuación de segundo grado:

$$z^2 - 15z - 16 = 0$$

$$z = \frac{15 \pm \sqrt{(-15)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-16)}}{2 \cdot 1} = \frac{15 \pm \sqrt{225 + 64}}{2} = \frac{15 \pm \sqrt{289}}{2} = \frac{15 \pm 17}{2}$$

Luego:

$$z_1 = \frac{32}{2} = 16$$

$$z_2 = \frac{-2}{2} = -1$$

Ecuación bicuadrada

$x^4 - 15x^2 - 16 = 0$

Hemos hallado dos valores para z, pero hemos de encontrar los valores para x

como $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{x^2}$, tendremos lo siguiente:

$$z_1 = 16 \rightarrow x^2 = 16 \rightarrow x = \sqrt{16} = \pm 4 \quad x_1 = 4 \quad x_2 = -4$$

$$z_2 = -1 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow x = \sqrt{-1}$$

raíz de número negativo no existe en R
Luego no nos aporta ninguna solución

Finalmente concluimos con que esta ecuación tiene sólo dos soluciones

$x_1 = 4$ y $x_2 = -4$