Matrices-I

Primeras definiciones

Matrices

Definiciones

Se suelen nombrar con letras mayúsculas A,B,C…..

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n-} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & & a_{2n-1} & a_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots & \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn-1} & a_{mn} \end{pmatrix} \in M_{mxn}$$

Son aplicaciones que van desde el producto cartesiano de dos conjuntos de índices en un conjunto final

$M : I \times J \longrightarrow A$

Esta matriz tiene m filas y n columnas, se dice que es una matriz de dimensión mxn

Cada elemento de la matriz lo designamos por

$$a_{ij}$$

i, indica la fila en la que colocamos este elemento a_{ij}

j, indica la columna en la que colocamos este elemento a_{ij}

$\boldsymbol{a_{ij}}$ lo colocaremos en la **fila i columna j**

$\boldsymbol{a_{23}}$ lo colocaremos en la **fila 2 columna 3**

De manera práctica, podemos decir que son un conjunto de números dispuestos en forma de tabla rectangular o cuadrada

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ \frac{1}{3} & 5 & 1 \end{pmatrix} \in M_{2x3}$$

En esta matriz tenemos que:

$a_{11} = -1; a_{12} = 2; a_{13} = 0; a_{21} = \frac{1}{3}; a_{22} = 5; a_{23} = 1$

Esta matriz es una matriz de números reales que tiene 2 filas y 3 columnas, decimos que **A**∈ $\boldsymbol{M_{2x3}}$, es de **orden 2x3**

Matrices

Tipos de matrices atendiendo a su forma

A $=\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ \frac{1}{3} & 5 & 1 \end{pmatrix} \in M_{2x3}$

A $=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \in M_{3x2}$

Matrices rectangulares
(tienen forma de rectángulo)

Diagonal principal

A $=\begin{pmatrix} -1 & -3 & 0 \\ 2 & 5 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_{3x3}$

Matriz cuadrada
(tienen forma de cuadrado)
Tienen el mismo número de filas que de columnas

A $=\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \in M_{3x1}$

Matriz columna
Tiene una sola columna

A $(-1 \quad 2 \quad 3 \quad -4) \in M_{1x4}$

Matriz fila
Tiene una sola fila

Matrices

Tipos de matrices atendiendo a su contenidos – para matrices cuadradas

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in M_{3x3}$$

Matriz diagonal
Todos los elementos de la matriz son cero, excepto los de la diagonal principal

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in M_{3x3}$$

Matriz identidad
Es una matriz diagonal en la que todos los elementos de la diagonal son 1. Se suele denotar con I_n

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 4 \\ 2 & 5 & -2 \\ -5 & 3 & -3 \end{pmatrix} \qquad A^t = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -5 \\ 0 & 5 & 3 \\ 4 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

Traspuesta de una matriz
La matriz se llama traspuesta de la matriz A y su construye a partir de A poniendo todos los elementos de sus filas en forma de columnas

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 4 \\ -1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \in M_{3x3}$$

Matriz simétrica
Sus elementos se repiten de forma simétrica respecto dela diagonal principal

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 4 \\ -1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \qquad A^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 4 \\ -1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Cuando una matriz es simétrica ocurre que $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}^t$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 4 \\ 1 & -4 & 0 \end{pmatrix} \qquad A^t = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & -4 \\ -1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Matriz antisimétrica
Cumple que $\boldsymbol{A}=-\boldsymbol{A}^t$ en este caso todos los elementos de la diagonal principal deben ser cero y además $a_{ij} = -a_{ji} \ \forall \, i,j$
en nuestro caso $a_{21} = -2 \ y \ a_{12} = 2$; … … .

Igualdad de matrices
Dos matrices serán iguales cuando tengan sus mismos elementos en las mimas posiciones A=B ↔ $a_{ij} = b_{ij} \ \forall \, i,j$

Matrices

Matrices triangulares

Una matriz cuadrada será triangular cuando todos los elementos que quedan debajo o por encima de la diagonal principal son nulos según sean nulos los elementos que quedan debajo o por encima, hablaremos de matriz triangular superior o inferior

Matrices triangulares superiores

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & -10 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 9 & 3 \\ 0 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Matrices triangulares inferiores

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 0 & 0 \\ -6 & 7 & -4 & 0 \\ 2 & 8 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

Matriz diagonal: es cuando una matriz es triangular superior y triangular inferior; en este caso todos los elementos de la matriz por encima y debajo de la diagonal principal serán nulos sin importarnos cuánto valgan los elementos de la diagonal

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Matriz escalar: Matriz diagonal en la que todos los miembros de la diagonal coinciden. La matriz identidad es un caso particular de ella

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$