Números Racionales-I

Fracciones

Números racionales-I

ÍNDICE

Números Racionales

Antes de empezar recuerda:

- Manejo de números positivos y negativos
- Manejo de paréntesis
- Prioridad de operaciones

Practica resolviendo las siguientes operaciones:

a) $(5-7)\cdot 10-8=$
b) $2\cdot 15-20:(-4)=$
c) $15:3-4\cdot 5=$
d) $2^4\cdot 2+3\cdot(-5)=$
e) $2^{50}\cdot 2^{-18}-3^{15}:3^{14}=$

Números Racionales

Definiendo la fracción:

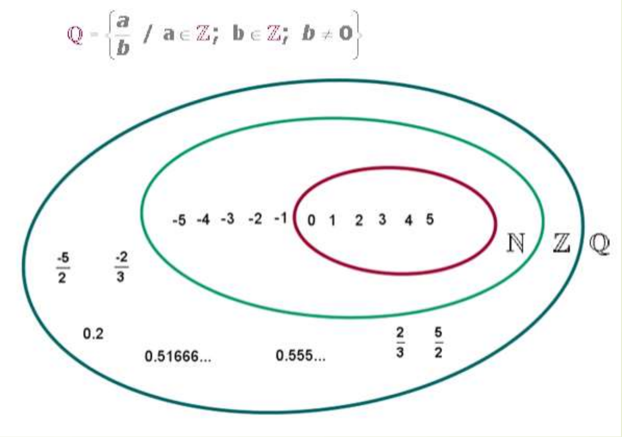
$\frac{a}{b}$

$Numerador \quad (a)$

$Denominador$ (b)

Uno de los orígenes de las fracciones lo encontramos en la cultura Egipcia

Se usaban principalmente para resolver problemas de repartos



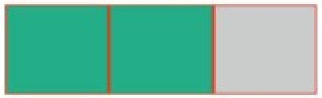
Ejemplo

$\frac{3}{5}$ se lee "tres quintos" o "tres partido por cinco"

Números Racionales

Interpretación de la fracción:

Podemos interpretar la fracción como:
"una proporción"
Ej: Los $\frac{2}{3}$ de una distancia



$\frac{2}{3}$

No nos dan idea de una **medida** dado que no conocemos cuánto mide la distancia completa, **nos informan de una proporción**

Dibuja en tu cuaderno las siguientes situaciones:

a) La cuarta parte de una distancia
b) Dos terceras partes de un vaso de agua
c) 3/5 de un bosque
d) La quinta parte de un frasco de colonia
e) 2/3 de una herencia

Números Racionales

Números decimales:

Un número decimal será exacto si tiene un número de cifras decimales exacto

Ej: $0{,}67$ es exacto porque tiene sólo dos cifra decimal

0,77777…..= $0,\hat{7}$ este número decimal NO es exacto Porque tiene un número infinito de cifras decimales, en este caso decimos que es periódico porque se repite siempre 7

$0{,}4142\ldots$ no es decimal exacto ni periódico. (tiene infinitas cifras decimales y además no se repite ninguna

Clasifica los siguientes números decimales

a) 78,45454545….
b) 2
c) 3,78
d) 42,8754124798…..

Números Racionales

Interpretación de la fracción:

Recuerda que un número decimal NO será exacto si tiene infinitas cifras decimales, en este caso podrá ser periódico o no

Nos dan idea de una **medida**

Podemos interpretar la fracción como:
"un número decimal"

Ej: $\frac{2}{3} = 0{,}66666 = 0,\hat{6}$

$$\begin{array}{l|l} 20 & 3 \\ \hline 20 & 0{,}66\ldots. \\ 2 & \end{array}$$

$0,\hat{6}$ es un número decimal periódico

Ej: $\frac{5}{2} = 2{,}5$

$$\begin{array}{l|l} 5 & 2 \\ \hline 10 & 2{,}5 \\ 0 & \end{array}$$

2,5 se llama número decimal exacto porque tiene un **número de cifras decimales finito**, solo tiene una cifra decimal

Halla el valor de los siguientes números fraccionarios indicando si son números decimales exactos no no. ¿Alguno es periódico?:

$a)\ \frac{1}{3}$

$b)\ \frac{8}{10}$

$c)\ \frac{3}{5}$

$d)\ \frac{18}{3}$

Números Racionales

Interpretación de la fracción:

Nos dan como resultado otra fracción

Podemos interpretar la fracción como:
"un Operador"

Ej: $\frac{2}{3}\ de\ \frac{7}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{4} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 4} = \frac{14}{12}$

Cambiamos la palabra "*de*" por una multiplicación

Recuerda que multiplicamos fracciones "multiplicando en línea"

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{3} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15}$$

Calcula:

a) *un tercio de tres cuartos*
b) *Cuatro quintos de dos*
c) *un noveno de nueve*
d) *Cuatro octavos de diez*

Números Racionales

Interpretación de la fracción:

Recordando, podemos interpretar una fracción como:

- Una proporción  $\frac{2}{3}$
- Un número decimal $\frac{2}{3} = 0,\hat{6}$
- Un operador $\frac{2}{3}$ de $\frac{7}{4}$ $= \frac{14}{12}$

Se utiliza normalmente en resolución problemas

Se utiliza normalmente en cálculos

Números Racionales

Fracciones equivalentes

M.C.D Para hallar el máximo común divisor de varios números haremos lo siguiente:

1. Descomponer los números en factores primos
2. Aplicar la regla del M.C.D.

M.C.D *"Tomaremos los factores comunes que tengan menor exponente".*
Recuerda que para que un factor sea común debe estar en todos los números que hemos descompuesto

Halla el M.C.D de 14, 36 y 12

Ejemplo: M.C.D. (14, 36, 12) = 2

14	2	36	2	12	2
7	7	18	2	6	2
1		9	3	3	3
		3	3	1	
		1			

$14 = 2 \times 7$

$36 = 2^2 \times 3^2$

$12 = 2^2 \times 3$

El factor 3 **no** es común porque no está en todos los números

El factor 2 sí es factor común

Calcula el M.C.D de:

a) 16 y 21
b) 180 y 324
c) 96, 240 y 180
d) 72, 108 y 60

Los factores 2 y 3
Son comunes a todos
Los números.

El factor 7 no es común

Números Racionales

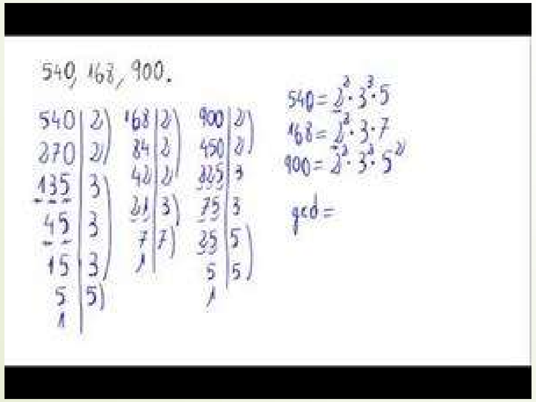
Fracciones equivalentes

m.c.m Para hallar el mínimo común múltiplo de varios números haremos lo siguiente:

1. Descomponer los números en factores primos
2. Aplicar la regla del m.c.m.

m.c.m *"Tomaremos los factores no comunes y de entre los factores comunes aquellos que tengan el mayor exponente"*. Recuerda que para que un factor sea común en este caso, **puede no** estar en todos los números que hemos descompuesto pero sí en más de uno de ellos

Halla el m.c.m de 540, 168 y 900



El factor 5 **no** es común a todos los números, pero hemos de considerar el que tenga mayor exponente, dado que aparece en dos de ellos

Calcula el m.c.m de:

a) $16 \text{ y } 21$
b) $180 \text{ y } 324$
c) $96, 240 \text{ y } 180$
d) $72, 108 \text{ y } 60$

Números Racionales

Reducción a común denominador

Una de las utilidades que tiene el uso del m.c.m. consiste en reducir a común denominador varias fracciones

Tengamos en cuenta las siguientes fracciones

$\frac{5}{18};\frac{7}{4};\frac{8}{9}$ si queremos que estas tres fracciones tengan el mismo denominador haremos lo siguiente:

a) Hallaremos el m.c.m. de los tres denominadores: m.c.m.(18,4,9)

$m.c.m(18,4,9) = 2^2\cdot 3^2 = 4\cdot 9 = 36$

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$2\cdot 3^2 \qquad 2^2 \qquad 3^2$

Como el m.c.m. de estos números es 36 pondremos en las tres fracciones 36

$$\frac{?}{36};\frac{?}{36};\frac{?}{36}$$

Números Racionales

Reducción a común denominador

Tendremos que hallar los números que pondremos ahora en los numeradores

$$\frac{5}{18};\frac{7}{4};\frac{8}{9}$$

$$\frac{?}{36};\frac{?}{36};\frac{?}{36}$$

36:18 *5=10

36:4 *7=63

36:9 *8=32

$$\frac{10}{36};\frac{63}{36};\frac{32}{36}$$

Reduce las siguientes fracciones a común denominador:

$a)\ \frac{11}{12};\frac{2}{5};\frac{19}{32}$

$b)\ \frac{21}{52};\frac{7}{8};\frac{5}{26}$

$c)\ \frac{23}{3};\frac{9}{10};\frac{5}{14}$

$d)\ \frac{5}{6};\frac{4}{9};\frac{7}{12}$

Números Racionales

Signo de una fracción

Las fracciones tienen signo

- Una fracción será positiva cuando numerador denominador tengan el mismo signo

$$\frac{7}{36} = \frac{-7}{-36} \quad se\ \ sule\ escribir\ como\ \ \frac{7}{36}$$

Fracción positiva

- Una fracción será negativa cuando numerador y denominador tengan signos distintos

$$\frac{-7}{36} = \frac{7}{-36}\ \ se\ suele\ escribir\ como\ -\frac{7}{36}$$

Fracción negativa

Números Racionales

Fracciones equivalentes

Dos fracciones son equivalentes cuando representan el mismo número

Para saber si dos fracciones son equivalentes podemos actuar de dos formas:

Multiplicando en cruz

$\frac{2}{3}\ y\ \frac{4}{5} \quad 2 \cdot 5 \neq 3 \cdot 4 \ \rightarrow 10 \neq 12$ No son equivalentes

$\frac{2}{3}\ y\ \frac{4}{6} \quad 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4 \ \rightarrow 12 = 12$ si son equivalentes

Reduciendo a común denominador

$\frac{2}{3}\ y\ \frac{4}{5}\ ; m.c.m(3,5) = 15 \rightarrow \frac{10}{15}\ y\ \frac{12}{15}$ No son lo misma fracción

$\frac{2}{3}\ y\ \frac{4}{6}; m.c.m(3,6) = 18 \rightarrow \frac{12}{18}\ y\ \frac{12}{18}$ Son lo misma fracción

Cuando comparemos más de dos fracciones se recomienda el segundo método

$\frac{2}{3}\ y\ \frac{4}{6}$ Son equivalentes

$\frac{2}{3}\ y\ \frac{4}{5}$ No son equivalentes

Comprueba si las siguientes fracciones son equivalentes

$a)\quad \frac{4}{7}\ y\ \frac{60}{105}$

$b)\quad \frac{3}{2}\ ,\ \frac{36}{24}\ y\ \frac{18}{12}$

$c)\quad \frac{2}{9}, \frac{32}{142}, \frac{18}{81}$

Números Racionales

Orden de fracciones

El orden de las fracciones consiste en, dado un conjunto de fracciones ordenarlas de menor a mayor o de mayor a menor

Dadas dos fracciones, si queremos saber cuál de ellas es menor podemos proceder un de estas dos formas:

Multiplicando en cruz

$$\frac{2}{3}\ y\ \frac{4}{5} \quad 2\cdot 5 < 3\cdot 4 \ \rightarrow 10 < 12$$

La primera fracción es menor

$$\frac{2}{3}\ y\ \frac{4}{16} \quad 2\cdot 16 > 3\cdot 4 \ \rightarrow 32 > 12$$

La primera facción es mayor

Reduciendo a común denominador

$$\frac{2}{3}\ y\ \frac{4}{5}\ ; m.c.m(3,5) = 15 \rightarrow \frac{10}{15}\ y\ \frac{12}{15} \quad \rightarrow \quad \frac{10}{15} < \frac{12}{15}$$

No son lo misma fracción

$$\frac{2}{3}\ y\ \frac{4}{6}; m.c.m(3,6) = 18 \rightarrow \frac{12}{18}\ y\ \frac{12}{18}$$

Son lo misma fracción

Cuando comparemos más de dos fracciones se recomienda el segundo método

$\frac{2}{3}\ y\ \frac{4}{6}$ Son equivalentes

$\frac{2}{3}\ y\ \frac{4}{5}$ No son equivalentes

Ordena de menor a mayor si las siguientes fracciones

a) $\frac{4}{7}\ y\ \frac{60}{105}$

b) $\frac{3}{2}\ ,\ \frac{36}{24}\ y\ \frac{18}{12}$

c) $\frac{2}{9}, \frac{32}{142}, \frac{18}{81}$

Cuando comparemos
más de dos fracciones
se recomienda
el segundo método

Números Racionales

Orden de fracciones

Cuando queremos ordenar más de dos fracciones nos interesará reducir a común denominador

Veámoslo con el siguiente ejemplo, supongamos que queremos ordenar de menor a mayor las siguientes fracciones

$$\frac{3}{5}; \frac{-1}{2}; 1; -2, \frac{1}{0}; \frac{4}{6}; \frac{3}{-2}$$

Hacemos las siguientes modificaciones:

- $1=\frac{1}{1}$; $\quad -2 = \frac{-2}{1}$ *ponemos estos números enteros en forma de fracción*
- $\frac{1}{0}$ *no tiene sentido en el conjunto de los números racionales*
- $\frac{3}{-2} = \frac{-3}{2}$ *evitaremos que haya singos " − " en los denominadores*

$$\frac{3}{5}; \frac{-1}{2}; 1; -2, \frac{1}{0}; \frac{4}{6}; \frac{3}{-2}$$

No son lo misma fracción

Tendríamos pues, que ordenar el siguiente conjunto de fracciones

$$\frac{3}{5}; \frac{-1}{2}; \frac{1}{1}; \frac{-2}{1}; \frac{4}{6}; \frac{-3}{2}$$

Números Racionales

Orden de fracciones

Cuando queremos ordenar más de dos fracciones nos interesará reducir a común denominador

Tendríamos pues, que ordenar el siguiente conjunto de fracciones

$$\frac{3}{5};\frac{-1}{2};\frac{1}{1};\frac{-2}{1};\frac{4}{6};\frac{-3}{2}$$

Reducimos a común denominador:

m.c.m. (5,2,1,6)=30

$$\frac{18}{30};\frac{-15}{30};\frac{30}{30};\frac{-60}{30};\frac{20}{30};\frac{-45}{30}$$

Ordenamos atendiendo a los numeradores de cada fracción

Luego, de menor a mayor, el orden quedará como sigue:

$$\frac{-60}{30} < \frac{-45}{30} < \frac{-15}{30} < \frac{18}{30} < \frac{20}{30} < \frac{30}{30}$$

Finalmente tendremos que:

$$-2 < \frac{-3}{2} < \frac{-1}{2} < \frac{3}{5} < \frac{4}{6} < 1$$

Números Racionales

Simplificación de fracciones

Al multiplicar numerador y denominador por un mismo número obtendremos una fracción equivalente a la original

Fracciones equivalentes que obtenemos multiplicando numerador y denominador de cualquier fracción por un número de tu elección

$$\frac{3}{5}=\frac{6}{10}=\frac{9}{15}=\frac{15}{25}=\frac{18}{30}=\frac{36}{60}$$

Amplificación De fracciones

Simplificamos una fracción dividiendo numerador y denominador por un número de tu elección:

$$-\frac{108}{180}=-\frac{36}{60}=-\frac{18}{30}=-\frac{9}{15}=-\frac{3}{5}$$

Simplificación de fracciones

Fracción simplificada

Números Racionales

Simplificación de fracciones

Podemos usar el M.C.D, para simplificar fracciones

Cuando queramos simplificar una fracción en un solo paso hallaremos el M.C.D del denominador y numerador; dividiremos numerador y denominador por el M.C.D. obtenido y tendremos la fracción simplificada.

M.C.D (108,180)=36
Dividiendo numerador y denominador entre 60 tendremos la fracción simplificada

$$-\frac{108}{180} = -\frac{3}{5}$$

Fracción simplificada