Ecuaciones Exponenciales

MATEMÁTICAS 4º ESO

Ecuaciones exponeciales

Antes de abordar la resolución de ecuaciones logarítmicas recordaremos algunas propiedades de la función exponencial que usaremos

1. $(a^x)^y = a^{xy}$
2. $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$
3. $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

Ecuación exponencial

$$4^x + 3 \cdot 2^{x+1} = 16$$

Seguiremos los siguientes pasos:

1. *Reducir a potencias de la misma base*
2. *Hacer cambio de variable*
3. *Resolver la ecuación resultante*

Reducir a potencias de la misma base

$$4^x + 3 \cdot 2^{x+1} = 16$$

$$4^x + 3 \cdot 2^{x+1} = 16$$

$$\Downarrow$$

$$(2^2)^x + 3 \cdot 2^x \cdot 2 = 16$$

Propiedad 1

$$\Downarrow$$

$$2^{2x} + 3 \cdot 2^x \cdot 2 = 16$$

Propiedad 2

$$\Downarrow$$

$$(2^x)^2 + 3 \cdot 2 \cdot 2^x = 16$$

Potencias de misma base

Cambio de variable

$$4^x + 3 \cdot 2^{x+1} = 16$$

$$(2^x)^2 + 3 \cdot 2 \cdot 2^x = 16$$

Llamamos t = 2^x; obteniendo:

$t^2 + 6t = 16$

Resolver la ecuación

$$4^x + 3 \cdot 2^{x+1} = 16$$

$$t^2 + 6t = 16$$

$$t^2 + 6t - 16 = 0$$

Resolvemos esta ecuación de segundo grado, obteniendo:

$$t_1 = 2$$
$$t_2 = -8$$

Deshacemos el cambio

$$4^x + 3 \cdot 2^{x+1} = 16$$

Ahora comprobaremos la validez de ambas soluciones, veamos:

$t_1 = 2$ ⟶ $2^x = 2$ ⟶ x=1

$t_2 = -8$ ⟶ ~~$2^x = -8$~~

La función exponencial no puede ser negativa,

Por lo tanto esta última solución no es válida.

Tenemos pues que la única solución de esta ecuación exponencial es

$\boxed{x=1}$