Sistemas de ecuaciones

MATEMÁTICAS 4º ESO

S.E. NO LINEAL

Llamaremos sistema de ecuaciones no lineal S.E.N.L. a cualquier sistema de ecuaciones en el que haya variables que estén elevadas a más de la unidad

P.ej.......

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ x^2 + y^2 = 58 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{3x^2 + y^2 = 3} \\ \boldsymbol{5x^2 - 2y^2 = 5} \end{cases}$$

S.E.N.L

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ x^2 + y^2 = 58 \end{cases}$$

Generalmente podemos identificar dos tipos en cuanto al procedimiento del resolución

*En el primer caso, diremos que los S.E.N.L cuando alguna de las incógnitas no esté elevada al cuadrado, los resolveremos **PREFERENTEMENTE** mediante el método **de SUSTICIÓN***

Como en este primer caso

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ x^2 + y^2 = 58 \end{cases}$$

$$\boldsymbol{S.E.N.L}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{x - y = 4} \\ \boldsymbol{x^2 + y^2 = 58} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{x - y = 4} \\ \boldsymbol{x^2 + y^2 = 58} \end{cases}$$

Seguiremos el método de sustitución, para ello despejamos cualquiera de las incógnitas

Que estén elevadas a la unidad y la sustituiremos en la otra ecuación

Despejando la x de la primera ecuación tenemos que $\boxed{x = 4 + y}$

Sustituimos esta expresión en la otra ecuación obteniendo:

$$(4 + y)^2 + y^2 = 58$$

S.E.N.L

$$\begin{cases} \boldsymbol{x - y = 4} \\ \boldsymbol{x^2 + y^2 = 58} \end{cases}$$

Trabajando la expresión obtenida $(4+y)^2 + y^2 = 58$ *tenemos que:*

$4^2 + 2 \cdot 4 \cdot y + y^2 + y^2 = 58 \Rightarrow 16 + 8y + 2y^2 = 58 \Rightarrow 2y^2 + 8y + 16 - 58 = 0$

$2y^2 + 8y - 42 = 0$

$y_{1=-7}$

$y_1 = 3$

S.E.N.L

$$\begin{cases} \boldsymbol{x - y = 4} \\ \boldsymbol{x^2 + y^2 = 58} \end{cases}$$

Solución no válida porque al sustituir estos valores en el Sistema, la primera ecuación No se cumple

$\boldsymbol{Tenemos\ que}$ $\quad y_1 = -7\ y\ además\ \ y_2 = 3$

Como antes teníamos que $\quad$ *x= 4+ y*

hallaremos los distinto valores de la x como siguiente

$y_{1=-7}$ $\quad$ *x=4+(-7)= -3* $\quad$ *(-3,-7)*

$y_2 = 3$ $\quad$ *x = 4+3= 7* $\quad$ $\cancel{(3,7)}$

Luego la solución es: (-3,-7)

S.E.N.L

$$\begin{cases} 3x^2 + y^2 = 3 \\ 5x^2 - 2y^2 = 5 \end{cases}$$

En estos casos como todas las incógnitas están elevadas al cuadrado se recomienda resolver el sistema por el método de reducción, reduciendo alguna de las incógnitas al cuadrado.

En este caso reduciremos la $\mathbf{y^2}$*, para ello multiplicamos la primera ecuación por dos*

$$\begin{cases} 6x^2 + 2y^2 = 6 \\ 5x^2 - 2y^2 = 5 \end{cases}$$

Sumando ambas ecuaciones tenemos que: $11x^2 = 11 \ \rightarrow x^2 = \frac{11}{11} \rightarrow x^2 = 1$

Luego $x = \pm\sqrt{1}$

Por lo tanto tendremos dos soluciones para la x, $x_1 = -1; \quad x_2 = 1$

S.E.N.L

$$\begin{cases} \mathbf{3x^2 + y^2 = 3} \\ \mathbf{5x^2 - 2y^2 = 5} \end{cases}$$

Sustituiríamos esta solución en las dos ecuaciones y comprobaríamos que se cumplen

Una vez hallado el valor de x, sustituiremos cada uno de estos valores en cualquiera de las ecuaciones

Caso : $x_1 = -1 \rightarrow 3(-1)^2 + y^2 = 3 \quad \rightarrow \quad 3 + y^2 = 3 \quad \rightarrow \quad y^2 = 3 - 3 \quad \rightarrow y^2 = 0 \quad \rightarrow \quad y = \sqrt{0} \quad \rightarrow \quad y = 0$

Luego tenemos la solución (-1,0) x =-1; y =0

Caso : $x_2 = 1 \rightarrow 3(1)^2 + y^2 = 3 \quad \rightarrow \quad 3 + y^2 = 3 \quad \rightarrow \quad y^2 = 3 - 3 \quad \rightarrow y^2 = 0 \quad \rightarrow \quad y = \sqrt{0} \quad \rightarrow \quad y = 0$

Luego tenemos la solución (1,0) x =1; y =0

Finalmente podemos decir que tenemos dos soluciones ***(-1,0) x =-1; y =0*** *y* ***(1,0) x =1; y =0***

Este tipo de sistemas pueden tener hasta 4 (parejas x e y) soluciones distintas