



# Divisibilidad

Números Naturales

# Divisibilidad

## ÍNDICE

1. Múltiplos
2. Divisores. Criterios de divisibilidad
3. Números primos
4. Descomposición de números naturales en números primos
5. M.C.D. y M.C.M
6. **Problemas**

## *Problemas con M.C.D.*

Como norma general, usaremos el M.C.D. en problemas en los que tengamos que repartir

Daniel y Matías compraron 40 y 32 caramelos de menta y fresa, respectivamente, para una fiesta de cumpleaños. Quieren repartirlos entre todos los invitados de modo que haya el mismo número de caramelos por persona, teniendo todos los invitados el mismo número de caramelos y, además, el número de invitados sea máximo. Calcular el número máximo de invitados que deben asistir para que ninguno se quede sin caramelos.

Como Daniel y Matías deben dar el mismo número de caramelos a cada persona, dicho número debe ser divisor de sus respectivas cantidades de caramelos. Además, como la cantidad debe ser máxima, tenemos que calcular el M.C.D.

## Problemas con M.C.D.

Daniel y Matías compraron 40 y 32 caramelos, respectivamente, para una fiesta de cumpleaños. Quieren repartirlos entre todos los invitados de modo que cada uno da el mismo número de caramelos a cada persona, pero que todos los invitados tengan el mismo número de caramelos y el número de invitados sea máximo. Calcular el número máximo de invitados que deben asistir para que ninguno se quede sin caramelos.

Factorizamos los números:

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \cdot 32 & 2 \\ 20 & 2 \cdot 16 & 2 \\ 10 & 2 \cdot 8 & 2 \\ 5 & 5 \cdot 4 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ & 1 & \end{array}$$
$$40 = 2^3 \cdot 5$$
$$32 = 2^5$$

El M.C.D. se calcula multiplicando los factores «comunes al menor exponente»:

$$\begin{aligned} \text{M.C.D.}(40,32) &= \\ &= 2^3 = 8 \end{aligned}$$

Por tanto, el número de caramelos por persona es 8. Para saber a cuántas personas pueden invitar, debemos sumar las cantidades de caramelos y dividirlos entre el M.C.D.:

$$\begin{aligned} \frac{40 + 32}{8} &= \frac{72}{8} = \\ &= 9 \text{ personas} \end{aligned}$$

## *Problemas con M.C.M.*

Como norma general, usaremos el M.C.M. en problemas en los que exista algún evento que se repita.

Alan y Pedro comen en la misma taquería, pero Alan asiste cada 20 días y Pedro cada 38. ¿Cuándo volverán a encontrarse?

Si mañana empezamos a contar los días, entonces:

Alan asiste el día 20, el día 40, el día 60... Estos días son los **múltiplos** de 20.

Y Pedro asiste el día 38, el día 76, el día 114... que son los **múltiplos** de 38.

Ambos coinciden cuando asisten el mismo día, es decir, cuando asisten un día que es **múltiplo** de 20 y de 38. Además, el primer día que coinciden es el **mínimo** de los múltiplos comunes.

Por tanto, debemos calcular el **mínimo común múltiplo**.

## Problemas con M.C.M.

Alan y Pedro comen en la misma taquería, pero Alan asiste cada 20 días y Pedro cada 38. ¿Cuándo volverán a encontrarse?

Descomponemos los números para escribirlos como producto de potencias de números primos:

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 38 & 2 \\ 19 & 19 \\ 1 & \end{array}$$

$$20 = 2^2 \cdot 5$$

$$38 = 2 \cdot 19$$

El m.c.m. se calcula multiplicando los factores «comunes y no comunes al mayor exponente»:

$$m.c.m.(20, 38) =$$

$$= 2^2 \cdot 5 \cdot 19 =$$

$$= 4 \cdot 5 \cdot 19 =$$

$$= 380$$

Por tanto, volverán a encontrarse dentro de 380 días.